Методичка по решению экономических задач

(задание 15 ЕГЭ)

Составитель: Сорокина С.В.

**Содержание**

l. Задачи на оптимальный выбор.

**2. Задачи на кредит с аннуитетным платежом**

3. **Задачи на** дифференцированный платеж

4. **Задачи на** нахождение суммы кредита

5. **Задачи** на нахождение суммы вклада

Все представленные в банке ЕГЭ задачи (задание 15),можно условно разделить на группы и подгруппы:

*Задачи, не связанные с банковскими операциями (задачи на оптимизацию)*

*Банковские задачи на вклады*

1) нахождение срока вклада;

2) вычисление процентной ставки по вкладу;

3) нахождение суммы вклада;

4) нахождение ежегодной суммы пополнения вклада

*Банковские задачи на кредиты:*

1) нахождение количества лет выплаты кредита;

2) вычисление процентной ставки по кредиту;

3) нахождение суммы кредита;

4) нахождение ежегодного транша.

В методичке показаны методы решения задач экономического содержания, связанные с банковскими кредитами, оптимизацией производства товаров и услуг.

**Рассмотрим решение задач (задание 15), в которых требуется оптимальным образом распределить производство продукции для получения максимальной прибыли.**

Задачи на оптимальный выбор. Например, нужно найти максимальную прибыль (при соблюдении каких-либо дополнительных условий), или минимальные затраты. Сначала в такой задаче нужно понять, как одна из величин зависит от другой (или других). Другими словами, нужна та функция, наибольшее или наименьшее значение которой мы ищем. А затем — найти это наибольшее или наименьшее значение. Иногда — с помощью производной. А если функция получится линейная или квадратичная — можно просто воспользоваться свойствами этих функций.

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га. Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу – по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

**Решение:**

Величина дохода фермера будет зависеть от того как будет распределена площадь поля между картофелем и свёклой. Пусть х га, засажено картофелем на первом поле, тогда (10 – х) га, засаженных свеклой на первом поле. Полученная прибыль с первого поля, равна:

S(х) = х·500·5000 + (10 – х)·300·8000 = 24000000 + 100000х (руб.)

Функция возрастающая, т.к. к>0, значит, наибольшая доходность будет достигнута при наибольшем значении х = 10 га и прибыль с первого поля составит: S(10) = 24000000 + 100000·10 = 25000000 рублей.

Обозначим через у - количество гектар, засаженных картофелем на втором поле, а (10- у) - количество гектар, засаженных свеклой на втором поле. Прибыль со второго поля составит:

S(у) = 300·5000·у + (10 – у)·500·8000 = 40000000 – 2500000у ( руб.)

Функция убывающая, т.к. к<0, значит, наибольшая доходность будет достигнута при наименьшем значении х = 0 га и прибыль с первого поля составит: S(10) = 40000000 рублей.

Таким образом, максимальная прибыль с обоих полей, равна: S = 25000000 + 40000 = 65000000 рублей, что составляет 65 млн. рублей.

**Ответ:** 65млн. рублей.

**Реши самостоятельно:**

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 200 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 15 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 18 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1. Кон­серв­ный завод вы­пус­ка­ет фрук­то­вые ком­по­ты в двух видах тары — стек­лян­ной и же­стя­ной. Про­из­вод­ствен­ные мощ­но­сти за­во­да поз­во­ля­ют вы­пус­кать в день 90 цент­не­ров ком­по­тов в стек­лян­ной таре или 80 цент­не­ров в же­стя­ной таре. Для вы­пол­не­ния усло­вий ас­сор­ти­мент­но­сти, ко­то­рые предъ­яв­ля­ют­ся тор­го­вы­ми се­тя­ми, про­дук­ции в каж­дом из видов тары долж­но быть вы­пу­ще­но не менее 20 цент­не­ров. В таб­ли­це при­ве­де­ны се­бе­сто­и­мость и от­пуск­ная цена за­во­да за 1 цент­нер про­дук­ции для обоих видов тары.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид тары | Себестоимость за 1 ц | Отпускная цена за 1 ц |
| стекло | 1500 рублей | 2100 рублей |
| жесть | 1100 рублей | 1750 рублей |

Пред­по­ла­гая, что вся про­дук­ция за­во­да на­хо­дит спрос (ре­а­ли­зу­ет­ся без остат­ка), най­ди­те мак­си­маль­но воз­мож­ную при­быль за­во­да за один день (при­бы­лью на­зы­ва­ет­ся раз­ни­ца между от­пуск­ной сто­и­мо­стью всей про­дук­ции и её се­бе­сто­и­мо­стью).

5) Фаб­ри­ка, про­из­во­дя­щая пи­ще­вые по­лу­фаб­ри­ка­ты, вы­пус­ка­ет блин­чи­ки со сле­ду­ю­щи­ми ви­да­ми на­чин­ки: ягод­ная и тво­рож­ная. В дан­ной ниже таб­ли­це при­ве­де­ны се­бе­сто­и­мость и от­пуск­ная цена, а также про­из­вод­ствен­ные воз­мож­но­сти фаб­ри­ки по каж­до­му виду про­дук­та при пол­ной за­груз­ке всех мощ­но­стей толь­ко дан­ным видом про­дук­та.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид начинки | Себестоимость за 1 тонну | Отпускная цена за 1тонну | Производственные возможности |
| ягоды | 70000 рублей | 100000 рублей | 90т/месс. |
| творог | 100000 рублей | 135000 рублей | 75 т/месс. |

Для вы­пол­не­ния усло­вий ас­сор­ти­мент­но­сти, ко­то­рые предъ­яв­ля­ют­ся тор­го­вы­ми се­тя­ми, про­дук­ции каж­до­го вида долж­но быть вы­пу­ще­но не менее 15 тонн. Пред­по­ла­гая, что вся про­дук­ция фаб­ри­ки на­хо­дит спрос (ре­а­ли­зу­ет­ся без остат­ка), най­ди­те мак­си­маль­но воз­мож­ную при­[быль](https://pandia.ru/text/category/bilmz/), ко­то­рую может по­лу­чить фаб­ри­ка от про­из­вод­ства блин­чи­ков за 1 месяц.

1. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

**Решение:**

Пусть у - число номеров «люкс», а  х - число стандартных номеров и S = 981м2. Тогда должно соблюдаться неравенство: 27х + 45у = 981

Выразим число обычных номеров т.е.

х = 981 – 45у, х = = 36 + = 36 +

Найдем решение этого уравнения подбором, где х, у N

Если у = 2, то х = 33 у = 14, то х = 15

у = 5, то х = 28 у = 17, то х = 8

у = 11, то х =18 у = 20, то х = 3

f(х,у) = 2000х + 4000у.

Очевидно, что максимальная прибыль будет при максимальном числе номеров «люкс», поэтому выбираем у = 20, х = 3.

Тогда в сутки предприниматель получит:

4000·20 + 2000·3 = 80000 + 6000 = 86000 рублей.

Проверим оставшиеся варианты

2·4000 + 33·2000 = 74000 рублей

5·4000 + 28·2000 = 76000 рублей

11·4000 + 18·2000 = 74000 рублей

2·4000 + 33·2000 = 80000 рублей

14·4000 + 15·2000 = 86000 рублей

17·4000 + 8·2000 = 84000 рублей

Ответ: 86000 рублей

**Реши самостоятельно:**

1. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?
2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 м2. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 м2. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?
3. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2200 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?
4. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t0 руб. за ед. товара. Государство увеличило налог в 2.5 раза (t1= 2.5t0), но сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог, чтобы добиться максимальных налоговых сборов. если известно, что при налоге равном t руб. за ед. товара, объем производства товара составляет 9000 – 2t ед., если это число положительно, и 0 единиц?

**Решение:**

Обозначим Q(t) = 9000- 2t единиц товара, Q(t)- объем производства. Тогда налоговые сборы составляют S(t) = Q ·t, S(t) = (9000 - 2t)·t = 9000t – 2t2 руб. Рассмотрим функцию S(t) = 9000t – 2t2. Это квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вниз. Максимального значения эта функция достигает в вершине параболы. t = t = = 2250, 2250 руб. за единицу товара. При t= t0 налоговые сборы составляют 9000t0 – 2t02 руб. При t= 2,5t0 налоговые сборы составляют 9000·2,5t0 – 2·(2,5t0)2 =22505t0 – 12,5t02 руб. Так как сумма налоговых поступлений не изменилась, то 9000t0 – 2t02 = 22505t0 – 12,5t02 / : t0 0 получим 9000 – 2t0 = 22505 – 12,5t0, 10,5 t0 = 13500, t0 = 13500: 10,5 = , значит за единицу товара был налог руб., а стал руб. Теперь этот налог надо уменьшить на r%, чтобы налог стал равным 22500 руб. за единицу товара.

Значит государству необходимо на 30% уменьшить налог, чтобы добиться максимальных налоговых сборов.

Ответ: уменьшить на 30%

**Решить самостоятельно**

1. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t0 руб. за ед. товара. Государство увеличило налог в 2.5 раза (t1= 2.5t0),но сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог, чтобы добиться максимальных налоговых сборов. если известно, что при налоге равном t руб. за ед. товара, объем производства товара составляет 7000–2t ед., если это число положительно, и 0 единиц?
2. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t0 рублей за единицу товара. После того как государство, стремясь нарастить сумму налоговых поступлений, увеличило налог вдвое (до 2t0 рублей за единицу товара), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после такого увеличения, чтобы добиться максимальных налоговых поступлений, если известно, что при налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства составляет 10 000 – 2t единиц и это число положительно?

lll. 1. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 11 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 4 000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. В начале каждого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через 15 лет после покупки этой бумаги сумма на счете была наибольшей?

**Решение:**

Используем арифметическую прогрессию, в которой а1=11000 - цена за бумагу в первый год покупки году, d=4000 - увеличение стоимости бумаги, аn - пока еще неизвестный нам год продажи бумаги (по счету от года покупки), n - номер года.

Формула n-ого члена арифметической прогрессии: an=a1+d(n-1).

Используя ее находим числа, отвечающие за стоимость бумаги на начало n-го года (по счету от года покупки).

Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10% = 0,1 от данной суммы, и эти 10% должны быть больше или равны 4000.

Составим неравенство: 0,1·(a1+d(n-1)) ≥ 4000.

Подставим а1=11000, d=4000 и решим неравенство:

0,1·(11000+4000(n-1)) ≥ 4000 обе части неравенства умножим на 10, чтобы избавится от десятичной дроби, получим

11000+4000(n - 1) ≥ 40000;

11000+4000n - 4000 ≥ 40000;

4000n ≥ 33000;

n ≥ 8,25, n ∈Ν ⇒ n=8

через 8 лет надо продать бумагу, т.е. в 2001+8=2009 году

Или рассуждаем так: на восьмом году (т.е. в 2008) 10% от стоимости будет больше 4000, значит бумагу надо продать в следующем (т.е. 2009)).

Ответ: 2009 год.

Другое решение этой задачи.

Чтобы извлечь наибольшую прибыль, Алексей должен воспользоваться банковским депозитом, когда 10% от суммы, вырученной за ценную бумагу, превысит 4000 руб. Найдем значение суммы, от которой 10% будут равны 4000, получим: х·0,1 = 4000

х = 4000: 0,1 = 40000

То есть ценную бумагу в 11000 рублей нужно довести до суммы большей или равной 40000 рублей и полученную сумму положить в банк. Ценная бумага дойдет до этого уровня через 40000 – 11000 = 4000·n

n = 29000: 4000 = 7,25 n ∈Ν ⇒ n=8

то есть через 8 лет, и в начале 2009-го года полученную сумму нужно положить на банковский депозит.

Ответ: 2009.

**Реши самостоятельно:**

1. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 7000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 2000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счет будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?
2. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 19000руб. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 руб. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?

## Решение экономических задач: банки, проценты, кредиты.

1. **Аннуитетный платеж** – представляет собой равные ежемесячные платежи, растянутые на весь срок кредитования. В сумму платежа включены: часть ссудной задолженности и начисленный процент. При этом, в первые месяцы (или годы) кредита большую часть транша составляют проценты, а меньшую – погашаемая часть основного долга. Ближе к концу кредитования пропорция меняется: большая часть транша идет на погашение «тела» кредита, меньшая – на проценты. При этом общий размер платежа всегда остается одинаковым.

**Задачи на кредит с аннуитетным платежом**

1. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?  
   **Решение*:***

|  |  |
| --- | --- |
| № месяца | Остаток после начисления процентов и платежа |
| 0 | 1100000руб. |
| 1 | 1100000 ·1,02 – 275000 = 836000 руб. |
| 2 | 836000 ·1,02 – 275000 = 569360 руб. |
| 3 | 569360 ·1,02 – 275000 = 300053,6 руб. |
| 4 | 300053,6·1,02 – 275000 = 28054,13 руб. |
| 5 | 28054,13 ·1,02 = 28334,67 - 28334,67 = 0 |

Ответ: 5 месяцев

Реши самостоятельно:

1. 1 января 2015 года Иван Сергеевич взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Иван Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 200 тыс. рублей.
2. 1 января 2015 года Андрей Владимирович взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 3%), затем Андрей Владимирович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Андрей Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?
3. 1 ян­ва­ря 2019 года Павел Васильевич взял в банке 1 млн. руб­лей в кре­дит. Схема вы­пла­ты кре­ди­та сле­ду­ю­щая: 1 числа каж­до­го сле­ду­ю­ще­го ме­ся­ца банк на­чис­ля­ет 1 про­цент на остав­шу­ю­ся сумму долга (то есть уве­ли­чи­ва­ет долг на 1%), затем Павел Васильевич пе­ре­во­дит в банк платёж. На какое ми­ни­маль­ное ко­ли­че­ство ме­ся­цев Павел Васильевич может взять кре­дит, чтобы еже­ме­сяч­ные вы­пла­ты были не более 125 тыс. руб­лей?
4. 1 ян­ва­ря 2018 года Тимофей Ильич взял в банке 1,1 млн. руб­лей в кре­дит. Схема вы­пла­ты кре­ди­та сле­ду­ю­щая — 1 числа каж­до­го сле­ду­ю­ще­го ме­ся­ца банк на­чис­ля­ет 2 про­цен­та на остав­шу­ю­ся сумму долга (то есть уве­ли­чи­ва­ет долг на 2%), затем Тимофей Ильич пе­ре­во­дит в банк платёж. На какое ми­ни­маль­ное ко­ли­че­ство ме­ся­цев Тимофей Ильич может взять кре­дит, чтобы еже­ме­сяч­ные вы­пла­ты были не более 220 тыс. руб­лей?

IV.1. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 9282000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%) затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

**Решение:**

Пусть S = 9282000 рублей  размер взятого в банке кредита. 31 декабря каждого года размер кредита увеличился на 10%, а затем, Алексей переводит в банк X рублей, т.е. остаток через четыре года будет равен нулю.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| год | дата | долг |
| 0 | 31 декабря 2014 | S = 9282000 рублей |
|  | 31 декабря 2015 | 1,1S |
| 1 | 1 января 2016 | 1,1S - х |
|  | 31 декабря 2016 | (1,1S – х)1,1 |
| 2 | 1 января 2017 | 1,12 S – 1,1х -х |
|  | 31 декабря 2017 | (1,12 S – 1,1х –х)1,1 |
| 3 | 1 января 2018 | (1,12 S – 1,1х –х)1,1 - х |
|  | 31 декабря 2018 | ((1,12 S – 1,1х –х)1,1 – х)1,1 |
| 4 | 1 января 2019 | ((1,12 S – 1,1х –х)1,1 – х)1,1 - х |

Решим уравнение: ((1,12 S – 1,1х –х)1,1 – х)1,1 – х = 0

1,14 S – 1,13 х - 1,12 х - 1,1х –х = 0

Х =

Х =

Х = 2928200

**Ответ:** 2928200.

1. 31 декабря 2018 года Роман взял в банке 8599000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(то есть увеличивает долг на 14%), затем Роман переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Роман выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?
2. 31 декабря 2019 года Виктор взял в банке 3276000 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Виктор переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Виктор выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?
3. 31 декабря 2020 года Георгий взял в банке 2648000 рублей в кредит под 10 % годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10 %), затем Георгий переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Георгий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

IV.2. В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r %;

- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга. Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 56 595 рублей, или за два года равными платежами по 81 095 рублей. Найдите r.

**Решение:**

Пусть S рублей сумма кредита, ежегодные выплаты x руб., r % годовых,

к = 1 + r/100. Выплаты: b = 81095 руб., х = 56595 руб. По условию долг на июль меняется так:

|  |  |
| --- | --- |
| год | Долг (руб.) |
| 1 | кS - b |
| 2 | (кS – b)к - b |

Если долг выплачен двумя равными платежами b руб., то (кS – b)к – b = 0

к2 S – кb - b = 0; к2 S= (к + 1)b;S = ((к+1) b)/к2

Если долг выплачен тремя равными платежами х руб., то

|  |  |
| --- | --- |
| год | Долг (руб.) |
| 1 | кS - х |
| 2 | (кS – х)к - х |
| 3 | ((кS – х)к – х)к - х |

((кS – х)к – х)к – х = 0

к3 S – к2 х – кх - х = 0

S = ((к2 + к+1) х)/к3

Решим систему уравнений

=

(к+1)к b = х(к2 + к+1)

(к2 + к) b = х(к2 + к) + х

(к2 + к) b - х(к2 + к) – х = 0

(к2 + к)( b – х) –х = 0

(81095 – 56595) (к2 + к) – 56595 = 0

24500к2 + 24500к - 56595 = 0

100к2 + 100к – 231 = 0

D = 102400, к = 1,1 к = -21 не удовлетворяет условию

к = 1 + r/100, r = 10%

Ответ: 10

**Реши самостоятельно:**

1. 31 декабря 2017 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на а %), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?
2. В августе 2017 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на *r* %;

— с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 38 016 рублей, или за два года равными платежами по 52 416 рублей.

Найдите *r*.

# В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

# - каждый год долг увеличивается на r

# - процентов с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга

# Кредит можно выплатить за 4 года равными платежами по 777600 руб. или за 2 года равными платежами по 1317600 руб. Найдите r.

1. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

2. **Дифференцированный платеж** – представляет собой неравные ежемесячные транши, пропорционально уменьшающиеся в течение срока кредитования. Наибольшие платежи – в первой четверти срока, наименьшие – в четвертой четверти. «Срединные» платежи обычно сравнимы с аннуитетом. Ежемесячно тело кредита уменьшается на равную долю, процент же насчитывается на остаток задолженности. Поэтому сумма транша меняется от выплаты к выплате. Если в задаче присутствуют слова «равными платежами» или «долг уменьшается на одну и ту же величину», то речь идет о дифференцированном платеже.

V. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 25 % по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 9 млн. рублей.

**Решение:**

Пусть S млн. рублей сумма первоначального кредита. В середине каждого года действия кредита долг возрастает на 25 %, x млн.рублей заёмщик выплачивает в конце 3-го и 4-го годов. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 год | начало | S млн. рублей | 2 год | начало | S млн. рублей |
| середина | S + 0,25 S = 1,25 S | середина | S + 0,25 S = 1,25 S |
| конец | 1,25 S - **0,25 S** = S | конец | 1,25 S - **0,25 S** = S |

В сумме за 2 года он погашает сумму 0,25S + 0,25S = **0,5S**.

В последние два года (3-й и 4-й) сумма долга сначала возрастает в 1,25 раза, а затем, погашается равными долями в x млн.рублей.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 год | начало | S млн. рублей | 4 год | начало | (1,25 S – **х**) млн. руб. |
| середина | S + 0,25 S = 1,25 S | середина | (1,25 S – **х**)1,25 |
| конец | 1,25 S - **х** | конец | 1,252 S - 1,25 х **-х** |

На конец 4-го года, сумма долга составляет 0 рублей. Отсюда получаем

1,252 S - 1,25 х –х = 0,

1,252 S - 2,25 х = 0, х = =

За 4 года сумма выплат составила 0,5S + 2х. По условию общая сумма выплат превышает 9 млн. рублей, то есть, 0,5S + 2>9, 4,5S + 12,5S > 81,

17S > 81, S > 4 . При минимальном целом значении S = 5 это неравенство выполняется, следовательно, размер кредита составил 5 млн. рублей.

**Ответ:** 5 000 000

**Реши самостоятельно:**

1. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 10 млн. рублей.
2. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 25% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 5 млн. рублей.
3. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 15% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 7 млн. рублей.
4. Планируется  выдать  льготный  кредит  на  целое  число  миллионов  рублей  на  четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10 %  по сравнению  с  началом  года. По договоренности с  банком в конце 1-го и 3 – го года заемщик выплачивает только проценты  по  кредиту, начисленные  за  соответствующий  текущий  год.  В  конце  2‐го  и  4‐го  годов  заёмщик  выплачивает  одинаковые  суммы,  погашая  к  концу  4‐го  года  весь  долг  полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 100 млн. рублей.
5. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат будет меньше 8 млн. рублей.

**Решение банковских задач на нахождение суммы кредита**

VI. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. руб., где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2026 | Июль 2027 | Июль 2028 | Июль 2029 |
| Долг (в млн. руб.) | S | 0,8S | 0,5S | 0 |

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн. рублей.

**Решение:**

Долг перед банком (в млн. рублей) на июль каждого года должен уменьшаться до нуля следующим образом: S; 0,8S; 0,5S; 0

По условию, в январе каждого года долг увеличивается на 25%, значит, долг в январе каждого года равен: 1,25S; 1,25∙0,8S; 1,25∙0,5S

Следовательно, выплаты с февраля по июнь каждого года составляют:

1,25S - 0,8S = 0,45S 1,25∙0,8S - 0,5S = 0,5S 1,25∙0,5S – 0 = 0,725S

По условию, каждая из выплат должна быть меньше 4 млн. рублей. Это будет верно, если максимальная из выплат меньше 4 млн.рублей, т. е.

0,725S< 4; S< 6,4 S = 6

Наибольшее целое решение этого неравенства – число 6. Значит, искомый размер кредита 6 млн. рублей.

Ответ: 6 млн. рублей.

**Реши самостоятельно:**

1. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. руб., где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2026 | Июль 2027 | Июль 2028 | Июль 2029 |
| Долг (в млн. руб.) | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. рублей.

1. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. руб., где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2020 | Июль 2021 | Июль 2022 | Июль 2023 |
| Долг (в тыс. руб.) | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

1. В июле планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (S – натуральное число) сроком на 3 года. Условия возврата кредита таковы: ‐ каждый январь долг увеличивается на 22,5% по сравнению с концом предыдущего года; ‐ в июне каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; ‐ в июле каждого года величина долга задается таблицей

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 |
| Долг (в тыс. руб.) | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн. рублей, где S - целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 | Июль 2020 |
| Долг (в млн. руб.) | S | 0,8S | 0,5S | 0,1 S | 0 |

Найдите наибольшее значение S, при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн. рублей.

1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн. рублей, где S - натуральное число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 | Июль 2020 |
| Долг (в млн. руб.) | S | 0,7S | 0,5S | 0,3 S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором общая сумма выплат будет составлять целое число миллионов рублей.

**Решение** **банковских задач на нахождение суммы вклада**

VII. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течении первого года кредитования нужно вернуть банку 466,5 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

**Решение:**

Обозначим через Х размер кредита, взятого в банке. Во втором месяце долг увеличивается на 3% и, затем, осуществляется выплата так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину, т.е. в первый раз выплата будет составлять , и сумма долга во втором месяце составит:

1,03х – () = х - = . Аналогично для следующего месяца, только долг теперь будет составлять получаем остаток долга в размере

1,03· – () = - = .

Вторая выплата будет равна:

Аналогично третья выплата:

Аналогично четвертая выплата: и т.п.

………………………………………………………..

12- тая выплата:

Сумма выплат за первые 12 месяцев составит:

… + 13) =

В скобках получилась арифметическая прогрессия сумму, которой находим по формуле =

= + = = .

По условию в течении первого года нужно выплатить 466,5 тыс. руб.

= 466,5 Х= Х= 600 тыс. руб. или это 600000 руб.

Ответ: 600000 руб.

**Реши самостоятельно:**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 20 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 10 месяцев нужно вернуть банку 1179 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за последние 12 месяцев нужно вернуть банку 1597,5 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 16 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 8 месяцев нужно вернуть банку 900 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

1. 5-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

5)15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 339 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

VIII. 15-го января планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1- го по 25 – й месяц долг должен быть на 40 тыс. руб. меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

— к 15 – му числу 26 – го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1924 тыс. руб.

**Решение:**

Обозначим через S исходную сумму кредита. В течение первого месяца эта сумма возрастает на 3%, становится равной S+0,03S = 1,03 S. Выплату нужно сделать так, чтобы исходная сумма S уменьшилась на 40 тыс. рублей, то есть, нужно выплатить

0,03S+40 тыс. рублей.

Оставшаяся сумма S-40 в следующем месяце снова увеличивается на 3%, становится равной 1,03(S-40), и следует выплатить0,03(S-40) + 40 тыс. руб., Таким образом, в течении 25-ти месяцев, сумма выплат составит:

0,03S+40 + (0,03(S-40) + 40) + (0,03(S-2·40) + 40) + (0,03(S-2·40) + 40) +… + (0,03(S-24·40) + 40) = 0,03S·25 + 40·25 – 0,03·40·( 1 + 2 + 3 +… + 24) =

S24 = 1 + 2 + 3 +… + 24 =   24 = 25·12 = 300

= 0,75 S + 1000 – 360 =**0,75 S + 640**

В последний 26-й месяц выплачивается остаток  1,03(S -25·40) = **1,03(S – 1000)**

В сумме за 26 месяцев имеем: 0,75 S + 640 +1,03(S – 1000). По условию общая сумма выплат после полного его погашения составит 1924 тыс. руб. Составим и решим уравнение: 0,75 S + 640 +1,03(S – 1000) = 1924

1,78 S = 1924 + 390

S = 2314/ 1,78

S = 1300 тыс.руб.

Ответ: 1300000 руб.

**Реши самостоятельно:**

1. 15-го де­каб­ря пла­ни­ру­ет­ся взять кре­дит в банке на 11 ме­ся­цев. Усло­вия воз­вра­та та­ко­вы:

— 1-го числа каж­до­го ме­ся­ца долг воз­рас­та­ет на 3% по срав­не­нию с кон­цом преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

— со 2-го по 14-е число каж­до­го ме­ся­ца не­об­хо­ди­мо вы­пла­тить часть долга;

— 15-го числа каж­до­го ме­ся­ца с 1-го по 10-й долг дол­жен быть на 80 тысяч руб­лей мень­ше долга на 15-е число преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

— к 15-му числу 11-го ме­ся­ца кре­дит дол­жен быть пол­но­стью по­га­шен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го ме­ся­ца, если общая сумма вы­плат после пол­но­го по­га­ше­ния кре­ди­та со­ста­вит 1198 тысяч руб­лей?

1. 15-го де­каб­ря пла­ни­ру­ет­ся взять кре­дит в банке на сумму 300 тысяч руб­лей на 21 месяц. Усло­вия воз­вра­та та­ко­вы:

— 1-го числа каж­до­го ме­ся­ца долг воз­рас­та­ет на 2% по срав­не­нию с кон­цом преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

— со 2-го по 14-е число каж­до­го ме­ся­ца не­об­хо­ди­мо вы­пла­тить часть долга;

— 15-го числа каж­до­го ме­ся­ца с 1-го по 20-й долг дол­жен быть на одну и ту же сумму мень­ше долга на 15-е число преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

— 15-го числа 20-го ме­ся­ца долг со­ста­вит 100 тысяч руб­лей;

— к 15-му числу 21-го ме­ся­ца кре­дит дол­жен быть пол­но­стью по­га­шен.

Най­ди­те общую сумму вы­плат после пол­но­го по­га­ше­ния кре­ди­та.

1. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Ответы:

1. 1) 84 млн. руб., 2) 69 млн. руб., 3) 90 млн. руб., 4)53500 руб., 5) 2685000 руб.
2. 1) 125000 руб., 2)104500 руб. 3)86600 рублей.
3. 1) 2 2) 25

III. l. 1) 2008 2) 2005

1. 1) 6 месяцев 2) 6 месяцев 3) 9 месяцев 4) 6 месяцев

IV.1. 1) 3703860 рублей 2) 155520 рублей 3) 1064800 рублей

IV.2. 1) 20% 2) 20% 3) 20% 4) 10%

1. 1) 6 млн. руб., 2) 3 млн. руб., 3) 5 млн. руб., 4) 77 млн. руб.,
2. 5 млн. руб.

VI. 1) 11млн.руб. 2) 200 тыс. руб. 3) 400 тыс. руб. 4) 36 млн.руб.

5) 8 млн.руб.

VII. 1) 1200000руб. 2) 3000000 руб. 3) 1200000руб. 4) 0,8 млн. руб.

5) 411000 руб.

VIII. 1) 200000 руб. 2) 384000 руб. 3) 1100000 руб.

Используемая литература:

1. Шестаков С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задачи 17(профильный уровень)/Под ред.И.В.Ященко.-М.:МЦНМЩ, 2017
2. **30 тренировочных вариантов ЕГЭ под редакцией И. В. Ященко» – 2021.**